Вариант 10

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 0)

Контрольная работа №3

1. На первом станке обработано 20 деталей, из них семь с дефектами, на втором - 30, из них четыре с дефектами, на третьем - 50 деталей, из них 10 с дефектами. Все детали сложены вместе. Наудачу взятая деталь оказалась без дефектов.

Какова вероятность того, что она обработана на третьем станке?

Для решения этой задачи воспользуемся формулой Байеса:

Пусть Н1, Н2, … Нn – полная группа попарно несовместных событий гипотезы, А – случайное событие, тогда:



Введем гипотезы: Н1 – деталь обработана на первом станке, Н2 – деталь обработана на втором станке, Н3– деталь обработана на третьем станке.

Введем событие А – купленная деталь оказалась без дефектов.

Тогда, по условию задачи:



Так как на первом станке было изготовлено 20-7 = 13 деталей без дефектов, то



На втором станке было изготовлено 30-4 = 26 деталей без дефектов, то



А на третьем станке было изготовлено 50-10 = 40 деталей без дефектов, то



По формуле полной вероятности получаем:



По формуле Байеса:



Ответ:



2. Сколько семян следует взять, чтобы с вероятностью не менее чем 0,9545 быть уверенным, что частость взошедших семян будет отличаться от вероятности р - 0,9 не более чем на 2% (по абсолютной величине)?

Решение

По условию, р=0,9, тогда q=0,1. Необходимо найти n. Необходимо, чтобы условие



выполнялось с вероятностью, не меньшей, чем 0,9545. Раскроем модуль и найдем границы для m:



По теореме Муавра-Лапласа:



По условию, ≥0,9545.



По математико-статистическим таблицам находим приближенное значение функции Лапласса:

Ф(Х) = 0,9545, где Х=.



Имеем: Ф(Х) = 2,0 , отсюда



Итак, следует взять не менее 900 семян.

3. Завод «Пино» (г. Новороссийск) отправил в Москву 2000 бутылок вина « Каберне». Вероятность того, что в пути может разбиться бутылка, равна 0,002.

Какова вероятность того, что в пути будет разбито не более пяти бутылок?

Если проводится n независимых испытаний, в каждом из которых событие А может наступить с одной и той же вероятностью, тогда вероятность Рn(m) того, что событие наступило m раз в этой серии испытаний можно найти:

Р(А) = ,



так как число n=2000 велико, а вероятность р=0,002 мала, то найдем:

то воспользуемся формулой Пуассона:



Искомая вероятность приближенно равна:



P = P2000(0)+ P2000(1)+ P2000(2)+ P2000(3)+ P2000(4)+ P2000(5)≈0,0183+0,0733+0,1465+0,1954+0,1954+0,1563 = 0,7852

Ответ: Р≈0,7852

4. Одна из случайных величин (X) задана законом распределения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 3 |
| p | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

а другая (У) имеет биномиальное распределение с параметрами п=2,р=0,4.

Составить закон распределения их разности. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Найдем закон распределения для величины (Y):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| y | 0 | 1 | 2 |
| p | p0=0,36 | p1=0,48 | p2=0,16 |

Z11 = X1 - Y1 = 0-0 = 0; p(Z11) = 0,2·0,36=0,072;

Z12 = X1 - Y2 = 0-1 = -1; p(Z12) = 0,2·0,48=0,096;

Z13 = X1 - Y3 = 0-2 = -2; p(Z13) = 0,2·0,16=0,032;

Z21 = X2 - Y1 = 1-0 = 1; p(Z11) = 0,3·0,36=0,108;

Z22 = X2 - Y2 = 1-1 = 0; p(Z11) = 0,3·0,48=0,144;

Z23 = X2 - Y3 = 1-2 = -1; p(Z11) = 0,3·0,16=0,048;

Z31 = X3 - Y1 = 3-0 = 3; p(Z11) = 0,5·0,36=0,018;

Z32 = X3 - Y2 = 3-1 = 2; p(Z11) = 0,5·0,48=0,024;

Z33 = X3 - Y3 = 3-2 = 1; p(Z11) = 0,5·0,16=0,08.

Итак, закон распределения разности имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Z | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 0,032 | 0,096+0,048=0,144 | 0,072+0,144=0,216 | 0,108+0,08=0,188 | 0,24 | 0,18 |

Мат. ожидание:

М(Z) = -2·0,032-1·0,144+0·0,216+1·0,188+2·0,24+3·0,18= -0,02+0,48+0,54 = 1

Проверка:

М(Х) = 0,3+1,5 = 1,8

М(Y) = np = 0,8

M(X-Y) = M(X) – M(Y) = 1,8-0,8 = 1.

Дисперсия:

D(Z) = M(Z2)-[M(Z)]2

M(Z2)=0,128+0,144+0+0,188+0,96+1,62 = 3,04

D(Z) = 3,04-1 = 2,04.

5. Полагая, что длина изготавливаемой детали есть нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием М{Х) = 10 и средним квадратическим отклонением δ = 2, найти вероятность того, что длина наугад взятой детали заключена в интервале (5; 6).

В каких границах (симметричных относительно М(Х)) будет заключена длина наугад взятой детали с вероятностью 0,95?

1. 2



Используя таблицу значений нормированной функции Лапласса, имеем:



Список использованной литературы

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. - 573 с.