**Урок геометрии по теме "Перпендикулярность прямой и плоскости". 10-й класс**

**Цели:**

1. закрепить вопросы теории по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости»;
2. вырабатывать навыки применения теоретических знаний к решению типовых задач на перпендикулярность прямой и плоскости.

**План:**

1. Теоретический опрос.
	1. Доказательство изученных теорем у доски.
	2. Фронтальный опрос.
	3. Презентации учащихся по данной теме.
2. Решение задач.
	1. Решение устных задач по готовым чертежам.
	2. Решение письменных задач (по группам).
	3. Самостоятельная работа с индивидуальным заданием.
3. Итог урока. Задание на дом.

**Ход урока**

**I. Теоретический опрос** *(4 ученика у доски)*

1) доказать лемму о 2-ух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна к третьей;
2) доказать теорему о 2-ух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна к плоскости;
3) доказать обратную теорему о параллельности 2-ух прямых, перпендикулярных к плоскости;
4) доказать признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Пока ученики готовятся у доски к ответу, с классом проводится фронтальный опрос.
*(***1. Закончить предложение:**

а) две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если… *(угол между ними равен 90°)*
б) прямая называется перпендикулярной к плоскости, если… *(она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости)*
в) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они… *(параллельны)*
г) если плоскость перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она… *(перпендикулярна и к другой прямой)*
д) если две плоскости перпендикулярны к одной прямой, то они… *(параллельны)*

**2. Дан параллелепипед**



а) Назовите:
1) рёбра, перпендикулярные к плоскости (*DCC*1) *(ответ: AD; A1D1; B1C1; BC)*
2) плоскости, перпендикулярные ребру *BB*1 *(ответ: (АВС); (A1B1C1))*

б) Определите взаимное расположение:
1) прямой *CC*1 и плоскости (*DСВ*) *(ответ: они перпендикулярны)*
2) прямой *D*1*C*1 и плоскости (*DCB*) *(ответ: они параллельны)*

Далее выслушиваются ответы учеников у доски с дополнениями и исправлениями по необходимости. Затем рассматриваются презентации по данной теме, подготовленные рядом учеников в качестве зачётных работ

**II. Решение задач.**

**1. Решение задач по готовым чертежам** *(Устно)*

**№1**



Дано: ∆ *ABC* - прямоугольный; *AM* ⊥ *AC*; M ∉ (*ABC*)
Доказать: *AC* ⊥ (*AMB*)
Доказательство: Т.к. *AC* ⊥ *AB* и *AC* ⊥ *AM*, а *AM* ⋂ *AB*, т.е. *АМ* и *АВ* лежат в плоскости (*АМВ*), то *AC* ⊥ (*AMB*) по признаку перпендикулярности прямой и плоскости.
Ч.т.д.

**№2**



Дано: *ВМDC* - прямоугольник, M ∉ (*ABC*), *MB* ⊥ *AB*
Доказать: *CD* ⊥ (*ABC*)
Доказательство: *MB* ⊥ *BC*, т.к. *ВМDC* – прямоугольник, *MB* ⊥ *AB* по условию, *BC* ⋂ *AB*, т.е. *ВС* и *АВ* лежат в плоскости (*АВС*) ⇒ *MB* ⊥ *(ABC)* по признаку перпендикулярности прямой и плоскости. *СD* ∥ *МВ* по свойству сторон прямоугольника ⇒ *CD* ⊥ *(ABC)* по теореме о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна к плоскости (то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости).
Ч.т.д.

**№3**



Дано: *АВСD* – прямоугольник, *M* ∉ (*ABC*), *MB* ⊥ *BC*
Доказать: *AD* ⊥ *AM*
Доказательство:
1) ∠*ABC* = 90°, т.к. *АВСD* – прямоугольник ⇒ *BC* ⊥ *AB*, *BS* ⊥ *MB* по условию, *MB* ⋂ *AB* = *B*, т.е. *МВ* и *АВ* лежат в плоскости (*АМВ*) ⇒ *BC* ⊥ (*AMB*) по признаку перпендикулярности прямой и плоскости.
2) *BC* ∥ *AD* (по свойству сторон прямоугольника) ⇒ *AD* ⊥ (*AMB*) по теореме о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости (то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости).
3) Т.к. *AD* ⊥ (*AMB*) ⇒ *AD* ⊥ *AM* по определению прямой, перпендикулярной плоскости.
Ч.т.д.

**№4**



Дано: *АВСD* – параллелограмм, *M* ∉ (*ABC*), *МВ* = *МD*, *МА* = *МС*
Доказать: *MO* ⊥ (*ABC*)
Доказательство:
1) Т.к. *О* – точка пересечения диагоналей параллелограмма, то *АО* = *СО* и *ВО* = *DO*. ∆ *BMD* - равнобедренный, т. к. *ВМ* = *МD* по условию, значит *МО* - медиана и высота, т.е. *MO* ⊥ *BD*.
2) Аналогично доказывается в ∆ *AMC*: *MO* ⊥ *AC*.
3) Итак, *MO* ⊥ *BD* и *MO* ⊥ *AC*. а *ВD* и *АС* – пересекающиеся прямые, лежащие в плоскости (*АВС*) ⇒ *MO* ⊥ (*ABC*) по признаку перпендикулярности прямой и плоскости.
Ч.т.д.

*(Устные ответы к каждой задаче требуется обосновывать, проговаривая всякий раз формулировки применяемых теорем)*

**2. Решение письменных задач**

Класс делится на три группы (например, по рядам), и каждой группе даётся задача с последующей проверкой решения у доски.

**№1.2** (№125 учебника)



Через точки *P* и *Q* прямой *РQ* проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие её соответственно в точках *P*1 и *Q*1. Найдите *P*1*Q*1, если *PQ* = 15 cм; *PP*1 = 21,5 cм; *QQ*1 = 33,5 cм.
Решение:

1) *PP*1 ⊥ α и *QQ*1 ⊥ α по условию ⇒ *PP*1 ∥ *QQ*1 (обосновать);
2) *PP*1 и *QQ*1 определяют некоторую плоскость β, α ⋂ β = *P*1*Q*1;
3) *PP*1*Q*1*Q* - трапеция с основаниями *PP*1 и *QQ*1, проведём *PK* ∥ *P*1*Q*1;
4) *QK* = 33,5 - 21,5 = 12 (см)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *P*1*Q*1 = *PK* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img12.gif | = 9 см. |

Ответ: *P*1*Q*1 = 9 см.

**№2.2**



В прямоугольном параллелепипеде *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 *АВ* = 9 см; *ВС* = 8 см; *ВD* = 17 см. Найдите площадь *BDD*1*B*1.
Решение:

1) ∆ *ABD*: ∠*BAD* = 90°; *АD* = *BC* = 8 см;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *ВD* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img13.gif | см; |

2) ∆ *DD*1*B*: ∠*D*1DB = 90°;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *DD*1 = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img14.gif | = 12 см; |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3) *SBB*1*D*1*D* = *BD* ∙ *DD*1 = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img15.gif | см2. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ответ: | http://festival.1september.ru/articles/524196/img15.gif | см2. |

**№3.2**



Отрезок *МН* пересекает плоскость α в точке *К*. Из концов отрезка проведены прямые *МЕ* и *НР*, перпендикулярные к плоскости α. *НР* = 4 см; *МЕ* = 12 см; *НК* = 5 см. Найдите отрезок *РЕ*.
Решение:

1) Т.к. прямые *МЕ* и *НР* перпендикулярны к плоскости α, то *МЕ* ∥ *НР* (обосновать) и через них проходит некоторая плоскость β. α ⋂ β = *EP*;
2)МЕ ⊥ EP; НР ⊥ EP(обосновать), т.е. ∠*MEK* = ∠*HPK* = 90°;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3) ∆ *HPK*: *KP* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img16.gif | = 3 см; |

4) ∠*EMK* = ∠*PHK* (накрест лежащие для параллельных прямых *МЕ* и *НР* и секущей *МН*),

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| тогда ∆ *MEK* ∆ *HPK* по двум углам и | http://festival.1september.ru/articles/524196/img17.gif | ; т.е. | http://festival.1september.ru/articles/524196/img18.gif | ⇒ *EK* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img19.gif | = 9 см, |

*РЕ* = *РК* + *КЕ*, *РЕ* = 3 + 9 = 12 см.

Ответ: РЕ = 12 см.

**3. Самостоятельная работа** *(направлена на проверку усвоения материала по данной теме)*

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант I** | **Вариант II** |
| Через вершины *А* и *В* прямоугольника *АВСD* проведены параллельные прямые *AA*1 и *BB*1, не лежащие в плоскости прямоугольника. Известно, что *AA*1 ⊥ *AB*, *AA*1⊥ *AD*. Найдите *B*1*B*, если *B*1*D* = 25 см, *AB* = 12 см, *AD* = 16 см. | Через вершины *А* и *В* ромба *АВСD* проведены параллельные прямые *AA*1 и *BB*1, не лежащие в плоскости ромба. Известно, что *BB*1 ⊥ *BC*, *BB*1 ⊥*AB*. Найдите *A*1*A*, если *A*1*C* = 13 см, *BD* = 16 см, *AB*= 10 см. |
| Решение:http://festival.1september.ru/articles/524196/img9.gif1) *AA*1 ⊥ *AB*, *AA*1 ⊥ *AD*, а *AB* ⋂ *AD* = *A* ⇒ *AA*1 ⋂ (*ABC*) (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости), а т.к. *AA*1 ∥ *BB*1, то *BB*1 ⊥ (*ABC*) ⇒ *BB*1 ⊥ *BD*;2) ∆ *ABD*: ∠*BAD* = 90°. По теореме Пифагора:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *BD* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img20.gif | = 20 см; |

3) ∆ *B*1*BD* – прямоугольный. По теореме Пифагора:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *B*1*B* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img21.gif | = 15 см. |

Ответ: 15 см. | Решение:http://festival.1september.ru/articles/524196/img10.gif1) *BB*1 ⊥ *AB*, *BB*1 ⊥ *BC*, а *AB* ⋂ *BC* = *B* ⇒ *BB*1 ⋂ (*ABC*) (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости), а т.к. *BB*1 ∥ *AA*1, то *AA*1 ⊥ (*ABC*) ⇒ *AA*1⊥ *AC*;2) Используя свойство диагоналей ромба, имеем в ∆*AOB*: ∠AOB = 90°, *BO* = ½ *BD* = 8 см. По теореме Пифагора:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *AO* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img22.gif | = 6 см, |

*AO* = ½ *AC* ⇒ *AC* = 12 см;3) ∆ *A*1*AC* – прямоугольный. По теореме Пифагора:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *AA*1 = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img23.gif | = 5 см. |

Ответ: 5 см. |

Индивидуальное задание для более сильных учеников. (Вариант III)



Дано: ∆ *ABC*; *AB* = *AC* = *BC*; *CD* ⊥ (*ABC*); *AM* = *MB*; *DM* = 15 дм; *CD* = 12 дм.
Найти: *S*∆*ADB*
Решение:

1) Т.к. *CD* ⊥ (*FDC*) ⇒ *CD* ⊥ *AC* и *CD* ⊥ *BC*, т.е. ∆ *ADC*, ∆ *BDC* – прямоугольные;
2) ∆ *ADC* = ∆ *BDC* (по двум катетам) ⇒ *AD* = *BD*, т.е. ∆ *ADB* – равнобедренный и *DM* – медиана, а значит и высота; 3) *DC* ⊥ *MC* ⇒ MCD – прямоугольный,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| тогда *MC* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img24.gif | = 9; |

4) ∆ *ABC* – равносторонний, поэтому *СМ* – медиана и высота, т.е. ∆ *MCB* – прямоугольный, ∠*B* = 60°,

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| sin ∠*B* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img25.gif | , тогда | http://festival.1september.ru/articles/524196/img26.gif | , |

а *АВ* = *ВС* (по условию).
5) *S*∆*ADB* = ½ *DM* ∙ *AB*;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *S*∆*ADB* = ½ ∙ 15 ∙ | http://festival.1september.ru/articles/524196/img27.gif | . |

|  |  |
| --- | --- |
| Ответ: | http://festival.1september.ru/articles/524196/img28.gif |

**III.** Подводятся итоги урока. Задание на дом: повторить теоретический материал по изученной теме, глава II, №130, №131.

Для подготовки к уроку использовались материалы учебника «Геометрия – 10-11» авторов Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова и др., методические рекомендации к учебнику «Изучение геометрии в 10-11 классах» авторов С.М. Саакяна, В.Ф. Бутузова, «Поурочные разработки по геометрии» автора В.А. Яровенко.